

APLICACIÓN DE LAS TIC A LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. PARTE III. CURVAS CÍCLICAS

VILLAR RIBERA, Ricardo; HERNÁNDEZ ABAD, Francisco

Universidad Politécnica de Cataluña, España
Departamento de Expresión Gráfica en la Ingeniería
e-mail: villar@ege.upc.edu; fherandez@ege.upc.edu

RESUMEN

En esta ponencia desarrollamos el estudio de las curvas cíclicas, de manera que pueda conseguirse una rápida asimilación de los conceptos asociados por los alumnos. Para ello, utilizaremos los recursos que nos ofrecen las TIC en cuanto a presentación.

Los objetivos que se persiguen son:

- Diseño de un sistema didáctico para la enseñanza de la geometría que permita que los conceptos expuestos sea comprendidos con una mayor rapidez, claridad y facilidad.
- Posibilidad de establecer conexión entre la teoría expuesta y su aplicación en el campo de la técnica.

Metodología: Generación de objetos de conocimiento especializados en cubrir los objetivos expuestos.

Aspectos originales e innovadores:

- Incorporación de recursos multimedia (animación, objetos sintéticos, interactividad...)
- Reducción del tiempo de asimilación.
- Asociación de los problemas geométricos a la realidad.
- Inducción a la reflexión sobre las propiedades que subyacen tras la geometría.
- Tratamiento tridimensional para observar y constatar propiedades características.

Palabras clave: Interactividad, geometría espacial, curvas técnicas, objetos de conocimiento, geometría dinámica.

ABSTRACT

In this communication we developed the study of the cyclical curves, so that a fast assimilation of the concepts associated by the students can be obtained. For it, we will use the resources that offer the TIC to us as far as presentation.

The objectives that are persecuted are:

- Design of a didactic system for the education of the geometry that allows that the exposed concepts are included/understood with a greater rapidity, clarity and facility.
- Possibility of establishing connection between the exposed theory and its application in the technical field.

Methodology: Generation of specialized knowledge objects who cover the exposed objectives.

Original and innovating aspects:

- Incorporation of resources multimedia (synthetic animation, objects, interactivity...)
- Reduction of the time of assimilation.
- Association of the geometric problems to the reality.
- Induction to the reflection on the properties that sublie after geometry.
- Three-dimensional treatment to observe and to state characteristic properties.

Key words: Interactivity, space geometry, technical curves, objects of knowledge, dynamic geometry.

1. Introducción

La reducción del tiempo disponible para la enseñanza de nuestras asignaturas nos obliga a buscar nuevos métodos más eficaces para la asimilación de conceptos. En efecto, la enseñanza de conceptos en otro tiempo fundamentales para la formación de ingenieros ha sido abandonada en algunos casos, y en otros ha pasado a ser una simple referencia de su existencia, a pesar de que haya quedado patente su utilidad y eficacia (incluso necesidad) como embriones en el asentamiento de los conceptos y en la inducción a la mejora de las capacidades de análisis en las personas que recibieron esa formación.

Las curvas técnicas en general, y concretamente las cíclicas, que son las referidas en esta ponencia, vienen siendo uno de esos conceptos que por parte de nuestra área han desaparecido o, como mínimo, han perdido en buen aparte de escuelas la intensidad de que gozaron en un pasado aún próximo.

En esta ponencia expondremos el trabajo desarrollado por los comunicantes para poder reintroducir en la docencia las curvas cíclicas, permitiendo así su conocimiento y permitiendo esto una mayor capacidad de análisis matemático, físico, gráfico y espacial.

Por otra parte, sea socia las curvas estudiadas con ejemplos del campo de la técnica, provocando la reflexión de los alumnos.

Para ello, generamos un objeto de conocimiento gráfico (o célula gráfica especializada), que permitirá ser utilizada en diferentes ámbitos e incluso ser incrustada en diferentes aplicaciones en función de la utilidad que se le quiera dar.

2. Objetivos

En esta ponencia nos planteamos como objetivo el diseño de un método adecuado para la transmisión del conocimiento de la geometría, que contemple los aspectos siguientes:

- Debe inducir a la reflexión
- Debe ser fácilmente asimilable
- Debe escribir las características más relevantes de las curvas.
- Debe contemplar otras formas lineales, de superficies o cuerpos derivados de la forma básica.
- Debe relacionar las características de las curvas con la solución a problemas reales.
- Debe ser modulable, para ser agrupado o disgregado sin perder eficacia.

3. Metodología

3.1 Desarrollo del trabajo

Las curvas a trabajar serán las cíclicas, es decir, la cicloide, la epicicloide, la hipocicloide (normal, ampliada o acortada) y la evolvente.

Dado el objetivo expuesto, la generación de estas curvas la haremos atendiendo a su definición.

Cicloide

La cicloide es la primera curva que estudiamos. Veamos en primer lugar su definición:

La cicloide es la curva definida por el movimiento de un punto fijo asociado a una circunferencia, cuando esta circunferencia gira sin deslizamiento sobre una recta.

De esta definición podemos deducir que el movimiento del punto viene dado como composición de dos movimientos, por un aparte la translación de la circunferencia, y por otro por su rotación. Así, si r es el radio de la circunferencia, d la distancia del punto estudiado al centro de la circunferencia, y α el ángulo de giro, formado entre el eje Y y la línea que une el centro de la circunferencia con el punto, la fórmula de la cicloide es la siguiente expresión:

$$x(\alpha) = r \cdot \alpha - d \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$y(\alpha) = r - d \cdot \operatorname{cos} \alpha$$

Habiendo escogido para el punto inicial el valor $(x=0, y=r-d)$. Observamos que según sea el valor de d , obtendremos curvas diferentes. Así, si $d > r$, la cicloide se denomina alargada, si $d < r$ acortada, y en el caso que $d=r$ estamos ante la cicloide normal, o sencillamente cicloide.

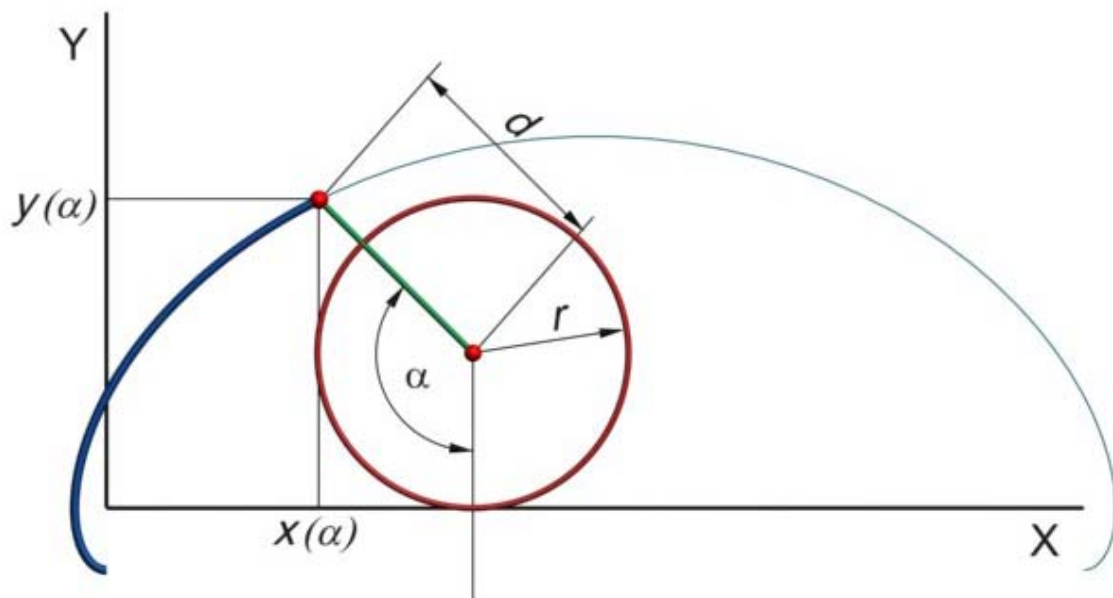


Figura1. Elementos de la cicloide

El estudio no se limita a la presentación de la curva, si no que presenta también la posición de la recta tangente y de la recta normal en todo momento, es decir, mientras se va generando. La posibilidad de observar estas rectas en movimiento ofrece al alumno una posibilidad de reflexión superior a la de la imagen estática, así como una rápida asimilación del concepto expuesto.

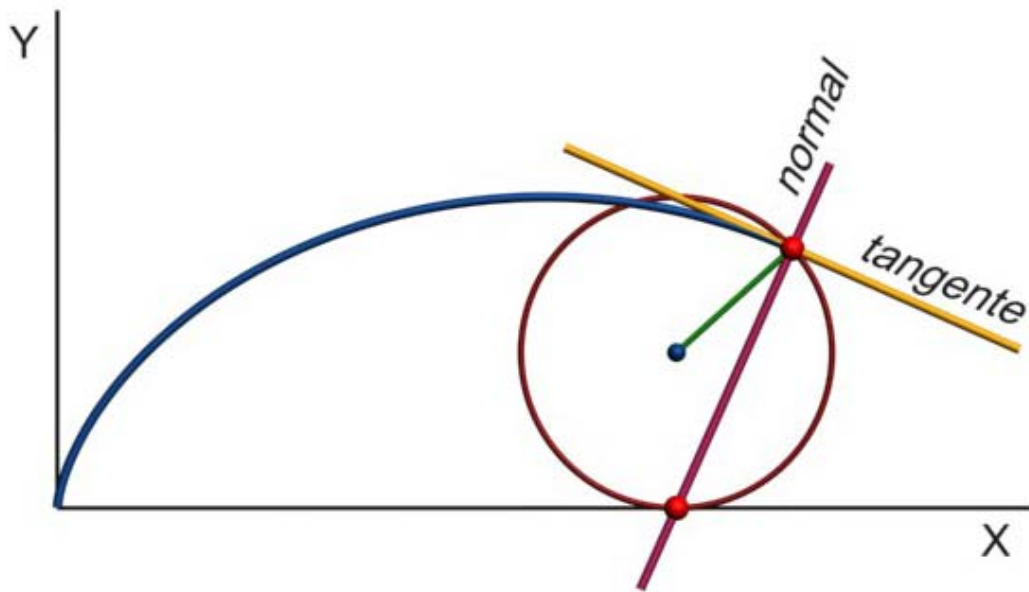


Figura 2. Rectas tangente y normal de la cicloide.

Epicloide

La epicicloide es la curva generada por el punto asociado a una circunferencia llamada ruleta que gira sin deslizamiento por el exterior de otra, a la que llamaremos base. Como para el caso anterior, el movimiento es composición de dos, del desplazamiento de la ruleta y del giro de ésta. Por lo que las ecuaciones paramétricas del movimiento son del tipo:

$$x(\alpha) = (R + r) \cdot \cos(\alpha) - a \cdot \cos\left(\left(\frac{R+r}{r}\right)\alpha\right)$$

$$y(\alpha) = (R + r) \cdot \text{sen}(\alpha) - a \cdot \text{sen}\left(\left(\frac{R+r}{r}\right)\alpha\right)$$

Siendo α el ángulo que forma la recta que une los centros de las circunferencias con el eje OX, R el diámetro de la base, r el diámetro de la ruleta y a la distancia del centro de la ruleta al punto P estudiado. Obsérvese que cuando el punto P esté situado sobre la circunferencia ruleta, $a=r$.

Cuando el valor de a es mayor que r , se trata de una epicicloide alargada. Cuando este valor es menor que r se llama epicicloide acortada, mientras que para el valor mencionado anteriormente, $a=r$ es una epicicloide normal o simplemente epicicloide.

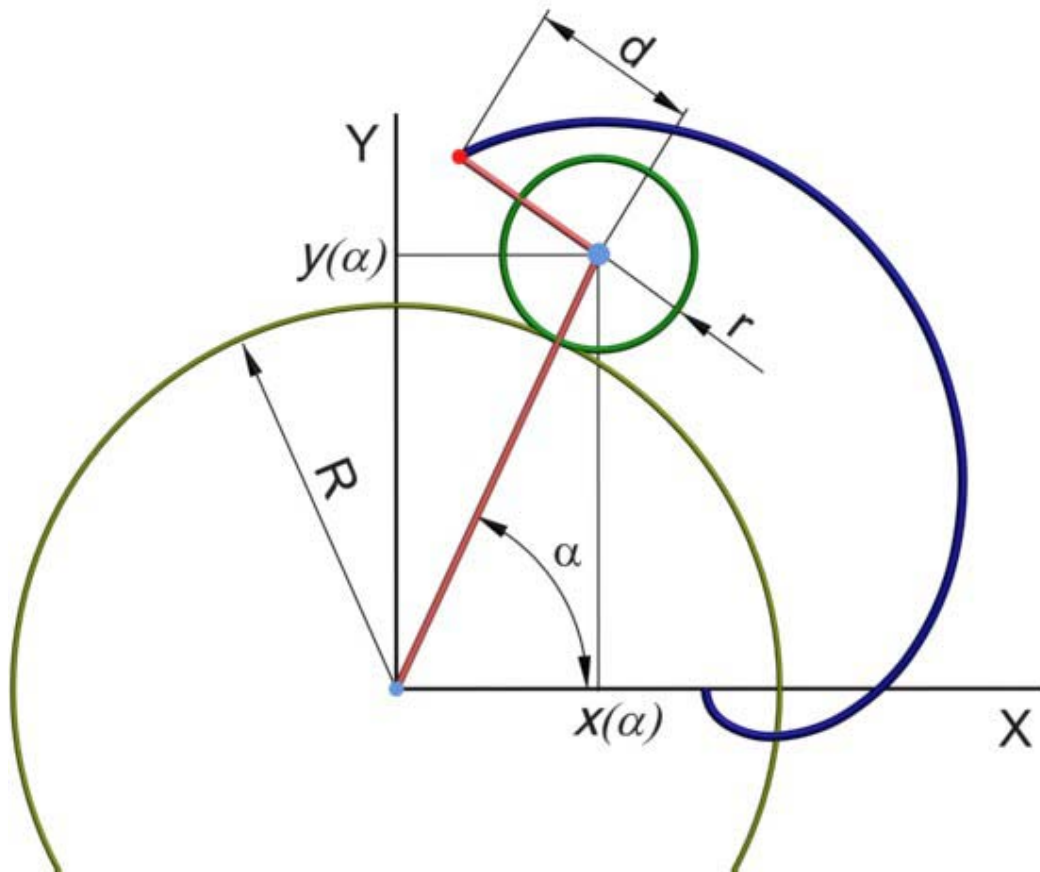


Figura 3. Elementos de la epicicloide.

Hipocicloide

Para esta tercera curva la generación viene dada por el movimiento de una circunferencia con respecto de otra, pero en este caso el giro se produce en el interior de la circunferencia base.

$$x(\alpha) = (R - r) \cdot \cos(\alpha) + a \cdot \cos\left(\left(\frac{R - r}{r}\right)\alpha\right)$$

$$y(\alpha) = (R - r) \cdot \text{sen}(\alpha) + a \cdot \text{sen}\left(\left(\frac{R - r}{r}\right)\alpha\right)$$

Siguiendo para la nomenclatura la misma que para la epicicloide. Tanto para esta como para las anteriores, si la base es un múltiplo de la ruleta, entonces el punto final será coincidente con el inicial.

Veamos en la siguiente imagen un ejemplo de esto.

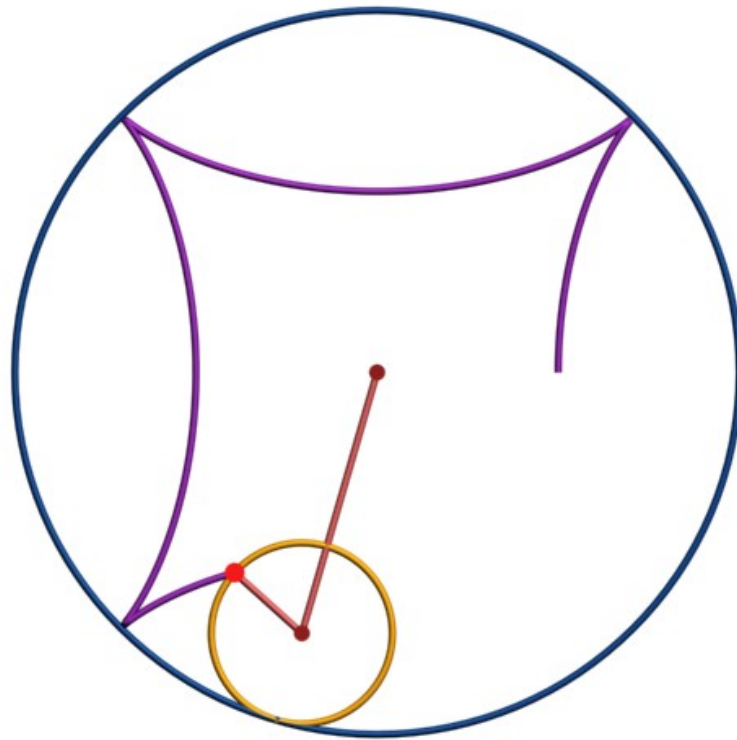


Figura 4. Hipocicloide.

Para esta curva consideramos interesante que el alumno conozca que existen casos especiales que generan hipocicloides que a su vez son otras curvas, permitiendo una definición de estas diferente a la habitual. Por ejemplo, en el caso que la ruleta tenga la mitad del radio que la circunferencia base, y el punto generador no esté sobre la ruleta, la curva generada es una elipse. Cuando el punto está sobre la circunferencia móvil, la elipse se transforma en un segmento recto.

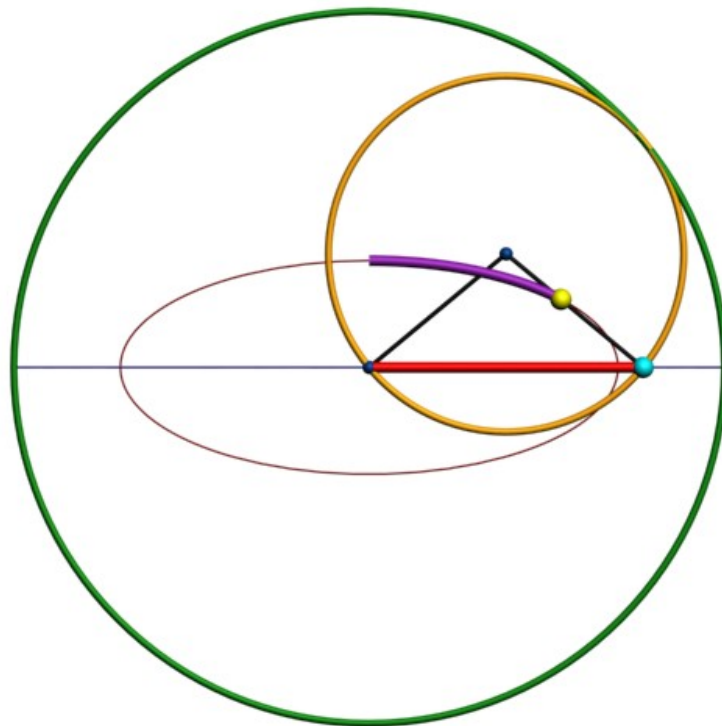


Figura 5. Casos especiales de hipocicloides.

Evolvente

La evolvente de la circunferencia es aquella curva que describe una recta cuando rueda sobre ella. Las ecuaciones paramétricas son de la forma:

$$x(\alpha) = R \cdot \cos(\alpha) + R \cdot \alpha \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

$$y(\alpha) = R \cdot \operatorname{sen}(\alpha) - R \cdot \alpha \cdot \cos \alpha$$

Donde R es el radio de la circunferencia y α el ángulo formado entre el centro de la circunferencia y el punto de contacto con la recta. Nótese que por la propia definición, la recta tangente es la perpendicular a la recta generadora.

Otra manera de definir esta curva es la trayectoria que sigue el extremo de un hilo al ser desenrollado de un carrete (manteniendo éste fijo). Para ello, la animación correspondiente plantea alguna pequeña variación, que es que la longitud de la recta generatriz queda como un segmento que va desde el punto xy hasta el punto de tangencia con la circunferencia (o mejor, al revés).

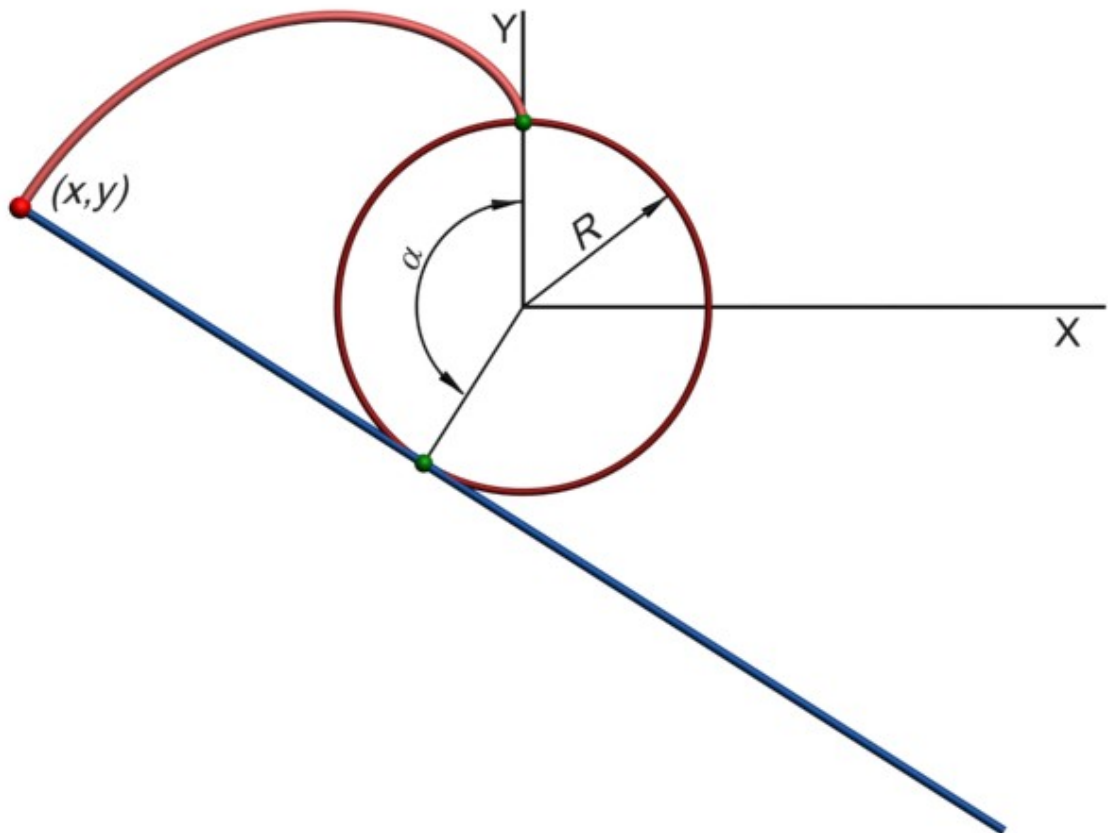


Figura 6. Parámetros de la evolvente.

4. Resultados.

Los resultados son los objetos de conocimiento que permiten el acceso a la información íntegra acerca de las curvas expuestas, incluida la exposición matemática, física, mecánica y funcional que acompaña a los elementos gráficos.

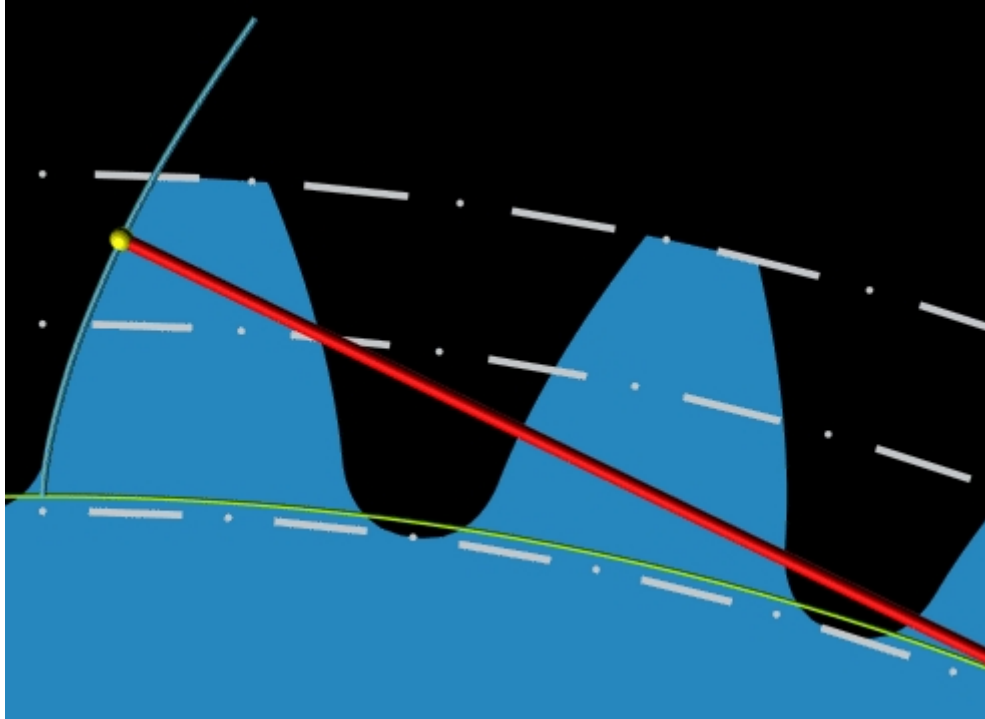


Figura 7. Generación del perfil de un engranaje mediante evolvente.

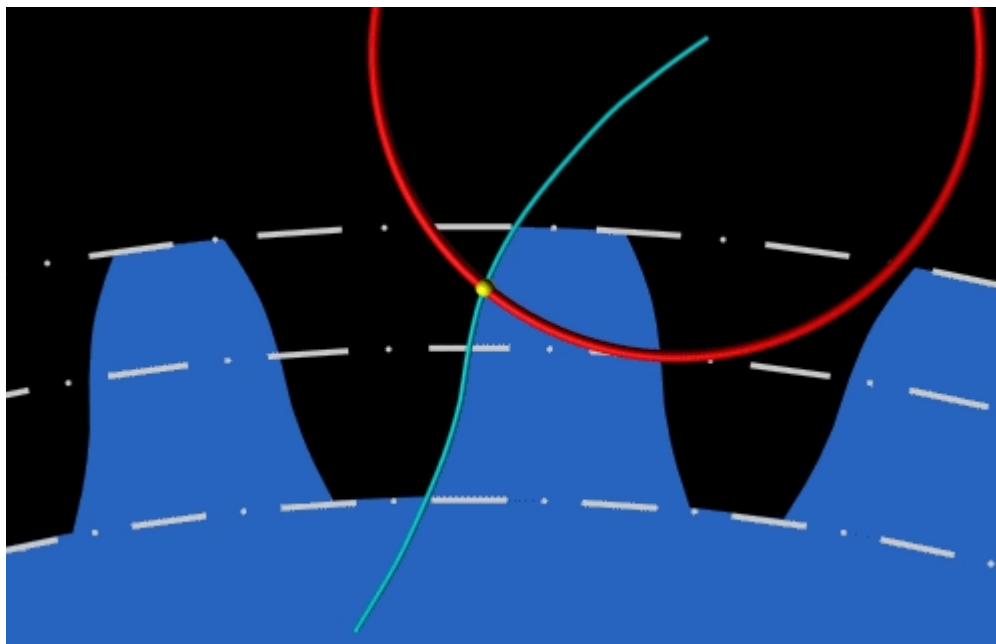


Figura 8. Generación del perfil de un engranaje mediante epicicloide e hipocicloide.

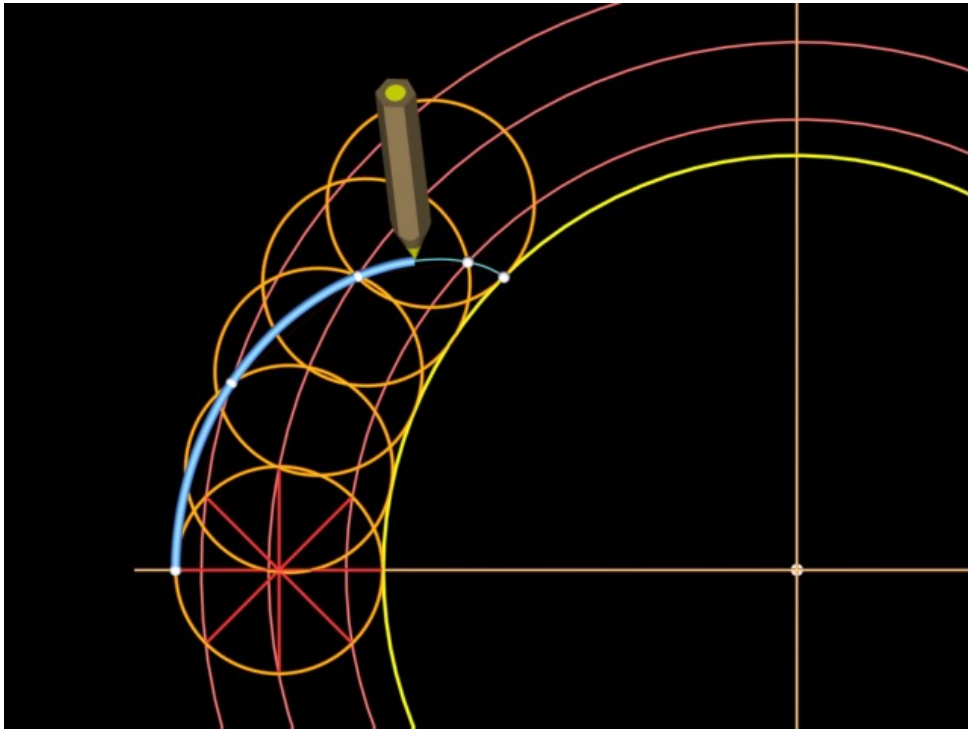


Figura 9. Explicación animada de la construcción de la epicloide.

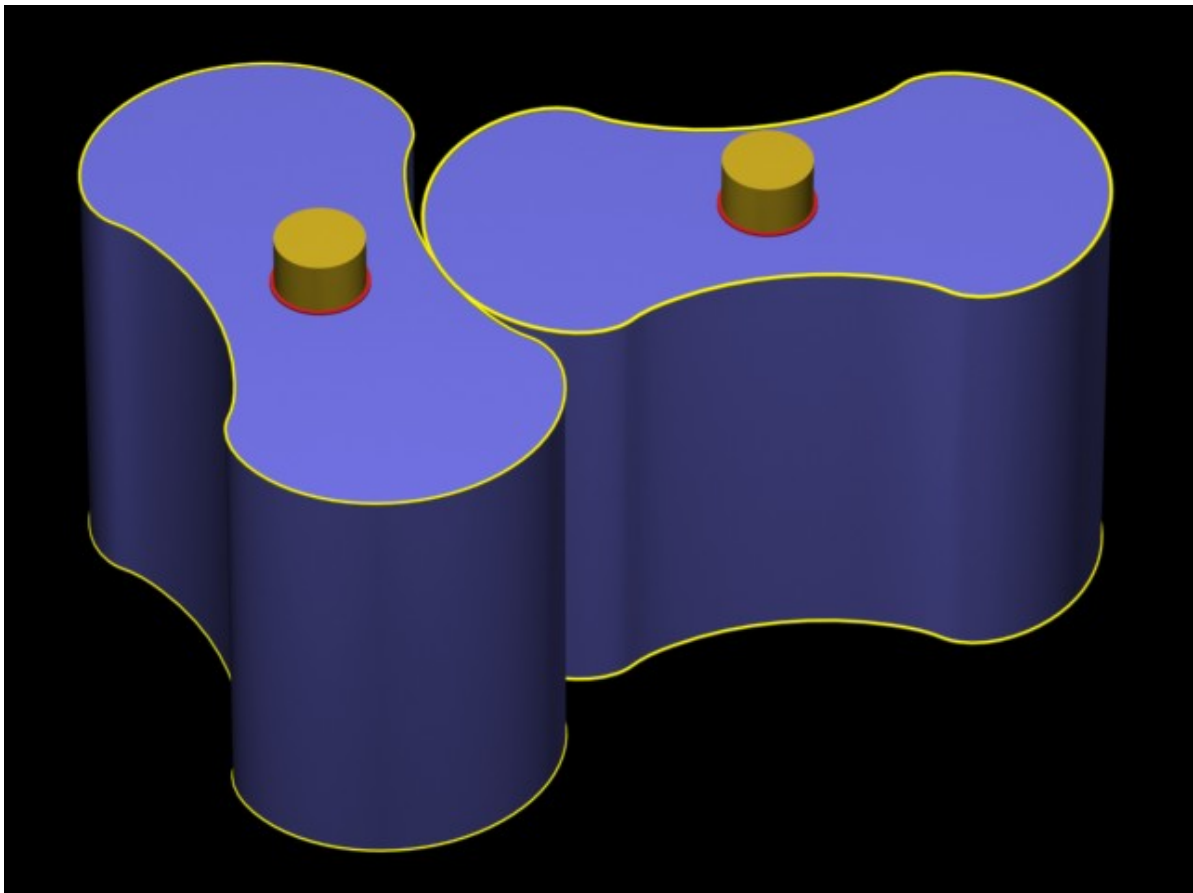


Figura 10. Rotores de una bomba tipo Roots.

5. Aspectos originales y/o innovadores.

A pesar de que, ya desde hace algún tiempo, viene siendo habitual en nuestros congresos la presentación de comunicaciones en las que el protagonismo principal es un elemento geométrico (y podemos nombrar alguna que ha desarrollado también las curvas técnicas, como la del Congreso del año 1998, celebrado en Málaga, *CURVAS TÉCNICAS Y CÍCLICAS: UNA APLICACIÓN DE ENSEÑANZA ASISTIDA POR ORDENADOR*, de José Ignacio Rojas Sola y Juan José Martín Cabrera), y que han aparecido en el mercado aplicaciones (fundamentalmente matemáticas) que resuelven problemas singulares en el plano, y lo hacen de forma dinámica (como por ejemplo Cabri o Cindarella), lo cierto es que, ni esa bolsa inmensa de información que es Internet, ni los programas generados para trabajar sobre geometría 3D (fundamentalmente poliedros, sobre los que sí hay abundante información tanto sobre su generación dinámica como sobre su desarrollo y variaciones), tratan las curvas espaciales de un modo tan riguroso al tiempo que cercano a la realidad.

El hecho de que, dentro de una aplicación, sea posible tener el contenido íntegro de todo aquello que se refiere a las curvas cíclicas, y que sea accesible el elemento gráfico que permite razonar en la descripción de sus propiedades, deteniendo en ocasiones, y otras veces repitiendo el proceso para extraer o verificar las conclusiones relativas a su utilización en diferentes ámbitos, hacen que esta comunicación contenga, por un lado aspectos originales, y por otro, innovadores.

6. Conclusiones.

Se ha realizado una breve exposición de los procedimientos que conducen a la generación de material docente de alta calidad gráfica, y que sin duda será habitual en los próximos años.

La posibilidad de ofrecer una visión tridimensional de los objetos gráficos, así como la incorporación de escenas realistas para constatar y reafirmar comportamientos dinámicos de los objetos virtuales, hacen que surja toda una serie de aplicaciones que no pueden cubrir de momento los programas de geometría dinámica (fundamentalmente líneas), y que, por lo tanto, se necesiten técnicos cualificados para proveer la demanda que la sociedad, en su afán de adaptarse a la evolución nos solicita. Por último, se muestran agrupados diferentes elementos que tienen en común las curvas cíclicas como forma básica, lo que debe contribuir a potenciar tanto la imaginación como la creatividad.

Referencias

ROJAS SOLA, JOSÉ IGNACIO; MARTÍN CABRERA, JUAN JOSÉ: Curvas técnicas y cíclicas: Una aplicación de enseñanza asistida por ordenador. X congreso internacional de ingeniería gráfica. Málaga, 1998.

WALCZAK, STEVEN: Knowledge acquisition and knowledge representation with class: the object-oriented paradigm. Expert Systems with Applications, pp. 235-244, v. 15, nº 3-4, 1998).

CARRETERO, ANTONIO M.: Metodología didáctica para enseñanza de Geometría Descriptiva basada en un Tutor-Evaluador y en un Generador de ejercicios integrados en un entorno de propósito constructivo general. Tesis doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, ETSII, (2001).

AGUILERA VEGA, F. et.al.. (1999). Multimedia e Internet como apoyo a la docencia del Dibujo Técnico. XI Congreso Internacional de Gráfica de Ingeniería. Logroño-Pamplona. España. Vol. III, Págs. 1337-1342.

ALEGRE FIDALGO, P. et.al. (2000). Introducción de un sistema informático para el aprendizaje de la geometría euclídea. XII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Valladolid. España. 31 Mayo – 2 de Junio de 2000.

ALONSO RODRÍGUEZ, JOSÉ A., TRONCOSO SARACHO, JOSÉ C. Introducción de las Tecnologías de la Información en el aula. Actas del XIII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. (Badajoz. Junio 2001). ISBN:84-699-5057-6

ÁLVAREZ PEÑÍN, P. I. et.al. (2000). Análisis de la utilización de las NNTT en la ETSIII de Gijón. VIII Congreso de Innovación Educativa en Enseñanzas Técnicas. San Sebastián. España. 4-5 de Septiembre de 2000.

ÁLVAREZ PEÑÍN, P. I. et.al.. (2001). Propuesta de un Sistema Multimedia para minimizar el efecto de la reducción de docencia tradicional en Expresión Gráfica. XIII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Badajoz. 6-8 de Junio de 2001.

ÁLVAREZ PEÑÍN, P. I. et al.: AIMEC-DT: Experiencias de su aplicación en la docencia de la expresión gráfica.. XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Santander, España – 5-7 junio de 2002

FERNANDEZ JAMBRINA, L, LOPEZ PULIDO, R. E-LEARNING OF COMPUTER-AIDED GEOMETRIC DESIGN. Actas del XIII ADM - XV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. (Cassino-Nápoles-Salerno. Junio 2003).

GARCIA MATÉ, E. et al. INTEGRACIÓN DE VIDEO INTERATIVO EN APLICACIONES MULTIMEDIA CON MODELOS CAD 3D. XVII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Sevilla. Junio de 2005.

SUAREZ QUIRÓS, J. et al. Reflexiones sobre la sistematización del conocimiento del área de Expresión Gráfica en la Ingeniería mediante la discretización en objetos de aprendizaje. XVII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Sevilla. Junio de 2005.

RUBIO GARCÍA, R. et al. Animación multimedia interactiva con Macromedia Flash en la enseñanza de Expresión Gráfica. XVII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Sevilla. Junio de 2005.

VICARIO LÓPEZ, J. et al. DIBUJO TRIDIMENSIONAL: ¿UN NUEVO ENFOQUE DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA?. XVII Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica. Sevilla. Junio de 2005.